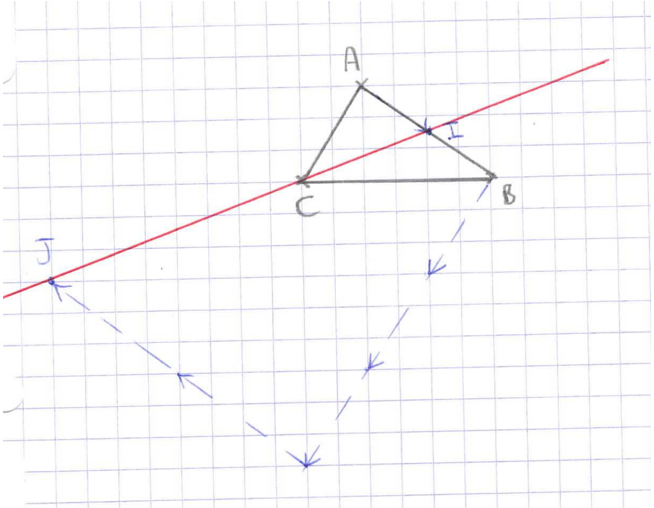
Correction : montrer l'alignement de 3 points dans l'espace

www.bossetesmaths.com

✎ Exercice 1

A, B, C trois points de l'espace non alignés
et les points I et J définis par : $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BJ} = 3\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}$.

1) Figure :

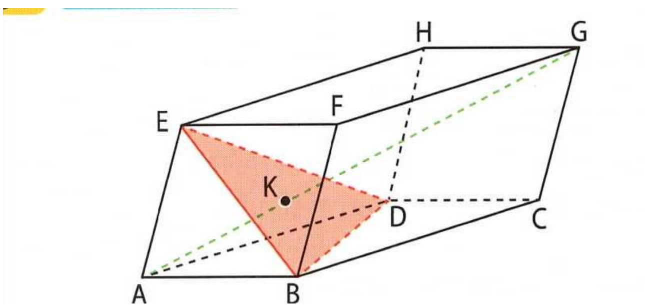


2) $\boxed{\overrightarrow{CI}} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AI} = -\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \boxed{= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}}$.

$\boxed{\overrightarrow{CJ}} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BJ} = -\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB} \boxed{= -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}}$.

3) On constate que $\overrightarrow{CJ} = -2\overrightarrow{CI}$
donc les vecteurs $\overrightarrow{CI}$ et $\overrightarrow{CJ}$ sont colinéaires
donc $\boxed{\text{les points } C,\ I \text{ et } J \text{ sont alignés}}$.

✎ Exercice 2



$ABCDEFGH$ un parallélépipède et le point K tel que $\overrightarrow{BK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BE}$.

1) $\boxed{3\overrightarrow{AK}} = 3\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BK}\right) = 3\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BK} = 3\overrightarrow{AB} + 3\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{BD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BE}\right) = 3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BE} = 3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AE}$
$= 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} \boxed{= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}}$.

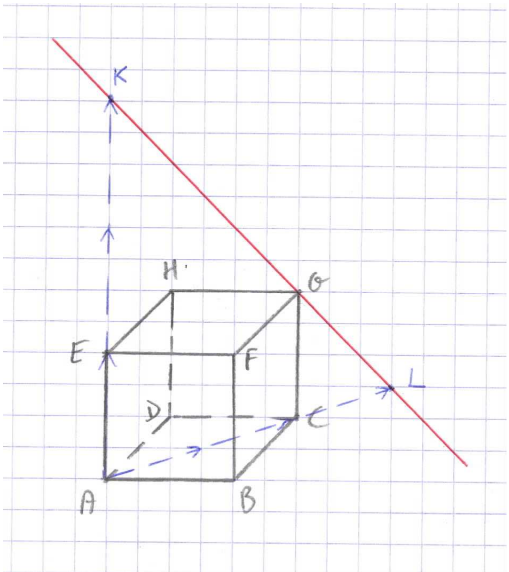
2) $\boxed{\overrightarrow{AG}} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CG} \boxed{= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}}$.

3) On constate que $\overrightarrow{AG} = 3\overrightarrow{AK}$
donc les vecteurs $\overrightarrow{AK}$ et $\overrightarrow{AG}$ sont colinéaires
donc $\boxed{\text{les points } A,\ K \text{ et } G \text{ sont alignés}}$.

✎ Exercice 3

$ABCDEFGH$ un cube et les points K et L tels que $\overrightarrow{AK} = 3\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AL} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

1) Figure :



2) a) $\boxed{\overrightarrow{AG}} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CG} \boxed{= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE}}$.

b) $\boxed{\overrightarrow{LG}} = \overrightarrow{LA} + \overrightarrow{AG} = -\overrightarrow{AL} + \overrightarrow{AG} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{2}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE} = \boxed{= -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE}}$.

3) a) $\boxed{\overrightarrow{LK}} = \overrightarrow{LA} + \overrightarrow{AK} = -\overrightarrow{AL} + \overrightarrow{AK} \boxed{= -\frac{3}{2}\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{AE}}$.

b) On constate que $\overrightarrow{LK} = 3\overrightarrow{LG}$

donc les vecteurs $\overrightarrow{LG}$ et $\overrightarrow{LK}$ sont colinéaires

donc $\boxed{\text{les points } L, G \text{ et } K \text{ sont alignés}}$.