Correction : les ensembles de nombres

www.bossetesmaths.com

Exercice 1

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}^+$
3	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$
-4	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$	$\notin$
$\frac{3}{4}$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$
$-2,15$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\notin$
$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$
$\frac{\sqrt{0,09}}{2}$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$

Quelques remarques :

* Tous les nombres appartiennent à $\mathbb{R}$.

* Un nombre appartient à $\mathbb{R}^+$ si et seulement si c'est un nombre positif.

* Comme on a la relation $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$, alors :

• Si un nombre appartient à $\mathbb{N}$, alors il appartient à $\mathbb{Z}$, à $\mathbb{Q}$ et à $\mathbb{R}$.

• Si un nombre appartient à $\mathbb{Z}$, alors il appartient à $\mathbb{Q}$ et à $\mathbb{R}$.

• Si un nombre appartient à $\mathbb{Q}$, alors il appartient à $\mathbb{R}$.

* $\frac{3}{4} = 0,75 = \frac{0,75}{1} = \frac{75}{100}$ donc $\frac{3}{4}$ n'est pas entier mais appartient à $\mathbb{Q}$, à $\mathbb{R}$ et à $\mathbb{R}^+$.

* $-2,15 = \frac{-2,15}{1} = \frac{-215}{100}$ donc $-2,15$ n'est pas entier mais appartient à $\mathbb{Q}$ et à $\mathbb{R}$.

* $\frac{\sqrt{0,09}}{2} = \frac{0,3}{2} = \frac{3}{20}$ donc $\frac{\sqrt{0,09}}{2}$ n'est pas entier mais appartient à $\mathbb{Q}$, à $\mathbb{R}$ et à $\mathbb{R}^+$.

Exercice 2

$4 \in \mathbb{N}$ (4 est un entier positif)

$-2 \in \mathbb{Z}$ (-2 est un entier)

$-3,4 \notin \mathbb{Z}$ ($-3,4$ n'est pas entier)

$\frac{-6}{7} \in \mathbb{Q}$ ($\frac{-6}{7}$ est le quotient des entiers -6 et 7)

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$ (par exemple, $4 \in \mathbb{N}$ peut s'écrire $\frac{4}{1}$ quotient de deux entiers donc $4 \in \mathbb{Q}$)

$\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ ($\sqrt{2} \approx 1,414...$ ne pourra jamais s'écrire comme quotient de deux entiers, c'est un nombre dit **irrationnel**)

$\frac{\sqrt{2}}{5} \in \mathbb{R}$

$\frac{120}{3} \in \mathbb{Z}$ ($\frac{120}{3} = 40$ donc entier)

$\sqrt{0,16} \in \mathbb{Q}$ ($\sqrt{0,16} = 0,4 = \frac{0,4}{1} = \frac{4}{10}$ quotient de deux entiers donc appartient à $\mathbb{Q}$)

$0 \in \mathbb{R}^+$ ($\mathbb{R}^+$ est l'ensemble de tous les réels positifs ou nuls donc 0 appartient à $\mathbb{R}^+$ puisqu'il est nul)

$\pi \notin \mathbb{R}^-$ ($\pi \approx 3,14...$ est un nombre positif donc n'est pas négatif)

$\mathbb{Q} \not\subset \mathbb{Z}$ (on a $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ mais pas le "contraire", par exemple $\frac{1}{3} \approx 0,33...$ est un nombre appartenant à $\mathbb{Q}$ mais pas à $\mathbb{Z}$)

$\sqrt{36} \in \mathbb{N}$ ($\sqrt{36} = 6$ donc entier naturel)

$-12,56 \in \mathbb{Q}$ ($-12,56 = \frac{-12,56}{1} = \frac{-1256}{100}$ quotient de deux entiers donc appartient à $\mathbb{Q}$)

$\mathbb{R}^+ \subset \mathbb{R}$ (un nombre réel positif est un nombre réel)

$\mathbb{Z} \not\subset \mathbb{N}$ (on a $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ mais pas le "contraire", par exemple -4 appartient à $\mathbb{Z}$ mais pas à $\mathbb{N}$).

✎ Exercice 3

Plus dur :

a) Appliquons la double distributivité pour développer l'expression A :

$A = (\sqrt{18} - 4)\left(\dfrac{3}{4}\sqrt{2} + 1\right)$

$A = \sqrt{18} \times \dfrac{3}{4}\sqrt{2} + \sqrt{18} \times 1 - 4 \times \dfrac{3}{4}\sqrt{2} - 4 \times 1$

$A = \dfrac{3}{4}\sqrt{18 \times 2} + \sqrt{18} - 3\sqrt{2} - 4$

$A = \dfrac{3}{4}\sqrt{36} + \sqrt{9 \times 2} - 3\sqrt{2} - 4$

$A = \dfrac{3}{4} \times 6 + \sqrt{9} \times \sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 4$

$A = \dfrac{18}{4} + 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 4$

$A = \dfrac{9}{2} - \dfrac{4}{1}$

$A = \dfrac{9}{2} - \dfrac{8}{2}$

$\boxed{A = \dfrac{1}{2}}$ quotient de deux entiers donc $\boxed{A \in \mathbb{Q} : A \text{ est un nombre rationnel}}$.

b) Il faut connaitre tes identités remarquables pour développer l'expression B !

$B = \dfrac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{ab}$

$B = \dfrac{(a^2 + 2ab + b^2) - (a^2 - 2ab + b^2)}{ab}$

$B = \dfrac{a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2}{ab}$

$B = \dfrac{4ab}{ab}$

$\boxed{B = 4}$ entier naturel donc $\boxed{B \in \mathbb{N}}$.